2) $S \cap S'$: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-16=0 \\ x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2-16=0 \\ 2x+4y-4z-21=0 \end{cases} \Leftrightarrow S \cap S' = S \cap P$

où P :2x+4y-4z-21=0. $d(O,P)=\dfrac{|-21|}{\sqrt{4+16+16}}=\dfrac{21}{6}=\dfrac{7}{2}<R=4$ donc $S \cap P$ est un cercle (C) de rayon

$r=\sqrt{16-\left(\dfrac{7}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$ et de centre I projeté orthogonal de O sur le plan P. On pose $I(x_0,y_0,z_0)$ *et* $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ est un

vecteur normal de P. On a $\begin{cases} \overrightarrow{OI}=\alpha\vec{n} \\ I \in P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2\alpha \\ y_0=4\alpha \\ z_0=-4\alpha \\ 2x_0+4y_0-4z_0-21=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2\alpha \\ y_0=4\alpha \\ z_0=-4\alpha \\ \alpha=\dfrac{21}{36}=\dfrac{7}{12} \end{cases}$. On trouve $I\left(\dfrac{7}{6},\dfrac{7}{3},\dfrac{-7}{3}\right)$.

Exercice N°15 Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère le plan d'équation : x+y+z-3=0 et la droite (D) passant par le point A(1,2,3) et de vecteur directeur $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$.

1) Démontrer que (D) et (P) sont perpendiculaires.

2) Soit M(x,y,z) un point de l'espace, on lui associe le point M'(x',y',z') tel que (P) est le plan médiateur de [MM'].

a) Montrer que $\begin{cases} x'=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{3}y-\dfrac{2}{3}z+2 \\ y'=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}y-\dfrac{2}{3}z+2 \\ z'=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{3}y+\dfrac{1}{3}z+2 \end{cases}$

b) Déterminer les coordonnées du point A' associé à A. En déduire les coordonnées de H, intersection de (P) et (D).

c) Retrouver les coordonnées de H avec une autre méthode.

1) a) Déterminer par son équation cartésienne l'ensemble (S) des points M de l'espace tel que $\dfrac{MA}{MH}=\sqrt{5}$.

b) Reconnaitre (S) et déterminer ses éléments caractéristiques.

c) Déterminer l'intersection de (S) et (P).

2) Soit Q le plan d'équation x+y+z=0 et h l'homothétie de centre A, qui transforme (P) en (Q).

Déterminer le rapport de h. Caractériser $h\left((S)\cap(Q)\right)$.

Exercice N°15 1) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P donc D et P sont perpendiculaires.

2) a) M(x,y,z) et M'(x',y',z') , P est le plan médiateur de [MM'] équivaut à $\begin{cases} M*M' \in P \\ \overrightarrow{MM'} \text{ et } \vec{N} \text{ sont colinéaires} \end{cases}$

$M*M' \in P \Leftrightarrow x+x'+y+y'+z+z'-6=0$ (1). $\overrightarrow{MM'}$ *et* $\vec{N}$ sont colinéaires si et seulement si il existe $\alpha \in \mathbf{R}$ tel que

$\overrightarrow{MM'}=\alpha\vec{N} \Rightarrow \begin{cases} x'-x=\alpha \\ y'-y=\alpha \\ z'-z=\alpha \end{cases}$ *donc* $\begin{cases} x'=x+\alpha \\ y'=y+\alpha \\ z'=z+\alpha \end{cases}$; (1) $\Rightarrow x+x+\alpha+y+y+\alpha+z+z+\alpha-6=0 \Rightarrow \alpha=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{3}y-\dfrac{2}{3}z+2$

$\Rightarrow \begin{cases} x'=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{3}y-\dfrac{2}{3}z+2 \\ y'=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}y-\dfrac{2}{3}z+2 \\ z'=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{3}y+\dfrac{1}{3}z+2 \end{cases}$.

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...